

Une fonction de transition dérivée d'une interface de tension, à seuil abrupt : dérivation et signatures falsifiables

Luc Côté

Chercheur indépendant, Québec, Canada

Résumé. La phénoménologie de la gravité modifiée en régime de faible accélération est d'ordinaire décrite par des fonctions d'interpolation introduites à la main. Nous montrons qu'une fonction de transition découle plutôt de l'équilibre statique d'une interface de tension, $\sigma \cdot \text{Tr}(K) = \rho_E$, dérivée d'une action et sans aucun paramètre ajustable. La forme obtenue diffère qualitativement des interpolations usuelles : elle prédit un seuil abrupt à une séparation $r_t = \sqrt[3]{(2A)}$, une transition deux à trois fois plus raide que les interpolations usuelles, et un plateau dont la hauteur est fixée par le champ baryonique local plutôt que d'être universelle. La seule entrée dimensionnelle, la tension d'interface, est fixée par la densité d'énergie du vide cosmologique et la constante de Newton, de sorte qu'aucune échelle d'accélération n'est ajustée. Confronté aux binaires larges de Gaia par une chaîne de projection appliquée identiquement à tous les modèles, le cadre se sépare des interpolations de type MOND de jusqu'à 0,28 en rapport dynamique dans la fenêtre 4–10 kUA, une zone accessible aux échantillons profonds actuels. Nous fournissons les courbes discriminantes et délimitons où la prédiction peut être réfutée ; nous n'arbitrons pas la controverse observationnelle en cours.

Contexte. Depuis 2023, plusieurs analyses des binaires larges de Gaia rapportent, aux grandes séparations, un excès de vitesse relative par rapport à la prédiction newtonienne, dans le régime où l'accélération interne tombe sous $\sim 10^{-10} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$: certains groupes y voient le signe d'une déviation à la gravité standard [3,4,7,8], d'autres concluent à la compatibilité newtonienne [6,10]. La question reste ouverte et débattue. Nous n'entrons pas dans cet arbitrage : nous dérivons, depuis un cadre théorique indépendant, une fonction de transition dont la forme se distingue à la fois de Newton et des interpolations de type MOND, et dont les signatures sont confrontables aux mêmes données.

1. Le fondement : une interface de tension entre trois champs

L'objet fondamental de ce cadre est une interface Σ — une hypersurface de codimension 1 — porteuse d'une tension σ . La modification en régime de faible accélération ne provient pas d'un ajout à la loi de gravitation, mais de l'équilibre statique de cette interface.

L'action et son équilibre. L'action d'une interface combinant tension, couplage à la densité d'énergie et rigidité de courbure s'écrit

$$S[\Sigma] = \sigma \int_{\Sigma} dA - p \int_{\Omega} dV + (\kappa/2) \int_{\Sigma} (H - H_0)^2 dA,$$

où dA est l'élément d'aire induite sur Σ , dV l'élément de volume du domaine enclos Ω , $H = \text{Tr}(K)$ la courbure moyenne (trace de la courbure extrinsèque K), et (σ, p, κ, H_0) les couplages. La stationnarité $\delta S = 0$ pour toute variation de l'interface impose l'équation de forme — la loi de Young-Laplace généralisée, $\sigma \cdot \text{Tr}(K) = -p$. La « pression » conjuguée étant ici la densité d'énergie ρ_E que l'interface sépare, on obtient la forme statique exacte

$$\sigma \cdot \text{Tr}(K) = \rho_E.$$

L'équilibre n'est donc pas postulé : il est la condition de minimalité de l'action, sa première variation. Il possède une forme dynamique complète, linéaire dans le déplacement u ,

$$(3\sigma/c^2) \partial^2 u - 3\sigma \nabla^2 u + \kappa \nabla^4 u = -\rho_E,$$

dont la linéarité est ce qui autorise, plus bas, la composition multiplicative des cadences à plusieurs corps.

Régime de validité. La présente construction s'inscrit en régime statique et de champ faible. Dans ce régime, la cadence exponentielle portée par la matière s'identifie à la composante temporelle de la métrique, $g_{00} = e^{(2\Phi/c^2)}$, et la Lettre se restreint à la dynamique des systèmes liés en basse accélération. Le traitement de la propagation lumineuse — déflexion, lentilles — met en jeu la réponse de l'interface à un ordre supérieur et relève d'un travail séparé ; il sort du périmètre de cette Lettre.

Pourquoi trois champs. L'interface sépare trois champs. Ce nombre n'est pas posé au hasard. Que l'espace physique soit tridimensionnel est fortement contraint par la stabilité des systèmes liés : Ehrenfest [1] a montré que les orbites

planétaires et les états stationnaires des électrons dans les atomes deviennent instables au-delà de trois dimensions, résultat étendu par Tangherlini [2] à la relativité générale et à l'atome d'hydrogène quantique. Dans le présent cadre, à chaque dimension spatiale correspond un champ — la correspondance $N = d = 3$; le nombre de champs est donc trois. Le facteur 3 de l'équation de champ, et le dénombrement qui fixe la fraction de présence $f = 1/16$ (Supplément), en découlent directement.

2. La fonction de transition dérivée

Le rapport dynamique découle de l'équilibre $\sigma \cdot \text{Tr}(\mathbf{K}) = \rho_E$ sans hypothèse d'ajustement. La variable de contrôle est la pente newtonienne $x = |\nabla u_N|$, sans dimension, dont le seuil vaut l'unité. Sous le seuil, l'interférence d'intermittence donne

$$g_{\text{obs}}/g_N = 1 + (4/3) \cdot \sqrt{f(1-f)} / \sqrt{x} = 1 + 0,323 / \sqrt{x}, \quad f = 1/16,$$

où $f = 1/16$ est la fraction de présence, une propriété de structure (quatre structures binaires : trois champs plus l'interface). Au-dessus du seuil, la coordonnée de traversée devient évanescence et le rapport est rabattu par un facteur d'extinction

$$\frac{1}{2} \cdot e^{(-2\pi \sqrt{x-1})},$$

dont le facteur 2π est la période de la coordonnée de traversée — un angle qui se referme sur un tour. Aucun de ces nombres n'est ajusté : le coefficient 0,323 est $(4/3) \cdot \sqrt{f(1-f)}$ évalué à $f = (1/2)^4 = 1/16$; le seuil $\sqrt{(2A)}$ provient du rayon où le champ propre de la source croise le plancher du vide ; le 2π sort de l'équation de phase du mode de traversée. Les mêmes quantités (le seuil, le $1/16$, le 2π) gouvernent, dans ce cadre, l'écart de masse entre les deux premières générations de leptons : la fonction de transition n'est pas propre aux binaires, mais une instance d'une structure d'intermittence.

La même équation de champ étant linéaire dans le déplacement, les déplacements de plusieurs sources s'additionnent, et les cadences (exponentielles dans le déplacement) se multiplient : $e^{(2k(u_1+u_2))} = e^{(2ku_1)} \cdot e^{(2ku_2)}$. Cette règle de superposition, exacte, fixe l'effet d'un champ local sans aucun paramètre.

La tension et son origine. Toutes les prédictions numériques ci-dessous passent par la tension d'interface σ . Celle-ci n'est pas un paramètre libre ni ajusté sur les binaires : elle est fixée par inversion de deux quantités mesurées indépendamment, la densité d'énergie du vide $\rho_\Lambda \approx 5,3 \times 10^{-10} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ et la constante de Newton G ,

$$\sigma = \sqrt{(c^4 \rho_\Lambda / 12\pi G)} = 4,12 \times 10^{16} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Aucune échelle d'accélération n'entre dans cette détermination ; la courbure de fermeture $k = \rho_\Lambda / \sigma$ en est une grandeur dérivée. C'est pourquoi la coïncidence, relevée en conclusion, entre l'accélération newtonienne au seuil dérivé, $6\pi G \sigma / c^2$, et l'échelle où les analyses situent le début de l'anomalie n'est pas une tautologie, mais une conséquence des valeurs cosmologiques de ρ_Λ et G .

Cette relation sert ici uniquement à fixer la valeur de σ à partir de deux constantes mesurées : c'est une paramétrisation, non une revendication. L'interprétation physique du lien entre G et ρ_Λ appartient au cadre complet et sort du périmètre de cette Lettre. Aucune échelle d'accélération n'entre dans la détermination de σ , et aucune quantité n'est ajustée sur les données de binaires.

En conséquence, la formulation exacte de la propriété d'économie du modèle est la suivante : la fonction de transition comporte quatre équations et aucun paramètre ajusté sur les données de binaires larges — la seule échelle dimensionnelle, σ , étant héritée du secteur cosmologique. La comparaison des sections suivantes avec Gaia est donc un test, non un ajustement.

3. Trois signatures, et la figure centrale

La figure ci-dessous compare, pour une masse totale de $1,5 \text{ M}_\odot$, le rapport $\gamma = g_{\text{obs}}/g_N$ prédit par le cadre et par la théorie MOND avec effet de champ externe (fonction d'interpolation simple, champ externe $g_{\text{ext}} = 1,8 \text{ a}_0$), tous deux passés par la même machinerie de projection (séparations et vitesses projetées, distribution d'excentricités thermique, phases orbitales), afin d'être comparés à armes égales dans le plan des observables. À titre de repère, les prédictions

AQUAL publiées pour les binaires larges donnent un plateau $\gamma \approx 1,35\text{--}1,40$. La gravité newtonienne (pointillés) sert de référence.

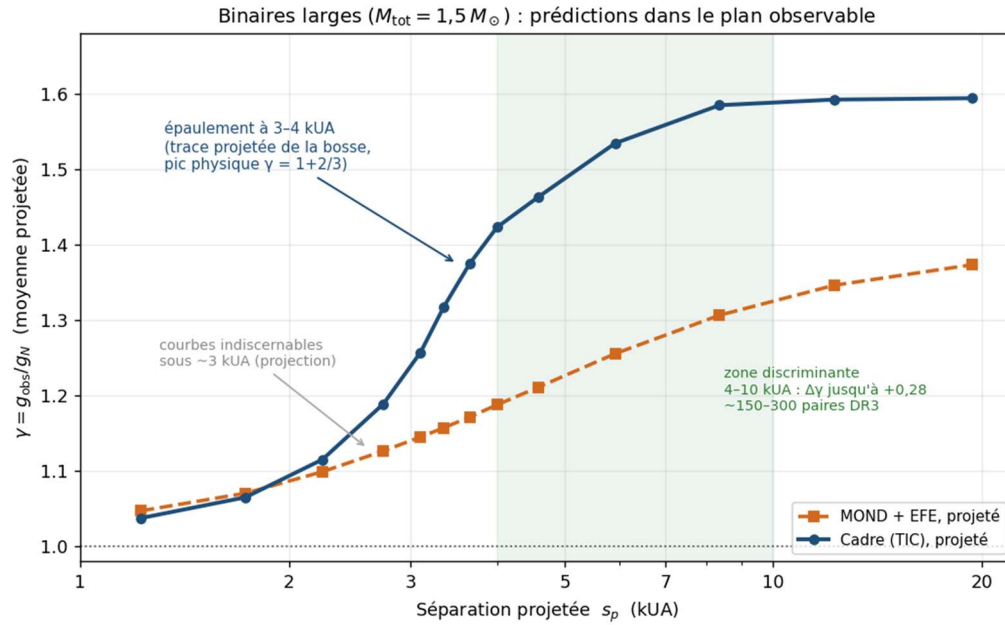


Figure 1. Prédictions dans le plan des observables (moyennes projetées sur excentricités et phases). Sous ~3 kUA, la projection rend les deux modèles indiscernables ; entre 4 et 10 kUA, le cadre monte deux à trois fois plus vite et atteint son plateau dès ~7 kUA, tandis que MOND continue de croître graduellement — un écart atteignant 0,28 en rapport dynamique dans une zone accessible à Gaia DR3. La bosse dérivée (pic physique $\gamma = 1 + 2/3$) laisse, après projection, un épaulement à 3–4 kUA, visible ici juste avant la montée vers le plateau.

Les trois signatures sont toutes intégralement dérivées.

(1) La marche. Le seuil tombe à $r_t = \sqrt{2A} = 0,456 \cdot r_{\text{MOND}}$, et croît comme $\sqrt{M}$ (2 266 UA à 0,5 $M_{\odot}$, 5 068 UA à 2,5 $M_{\odot}$; Figure 2). Le scaling en $\sqrt{M}$ est commun à la théorie MOND et ne discrimine donc pas à lui seul ; ce sont le coefficient 0,456 — qui place la marche du cadre en deçà du rayon MOND — et le caractère abrupt de la transition qui distinguent les deux prédictions. Trier les binaires par masse et mesurer la position de leur transition constitue de ce fait un test à part entière.

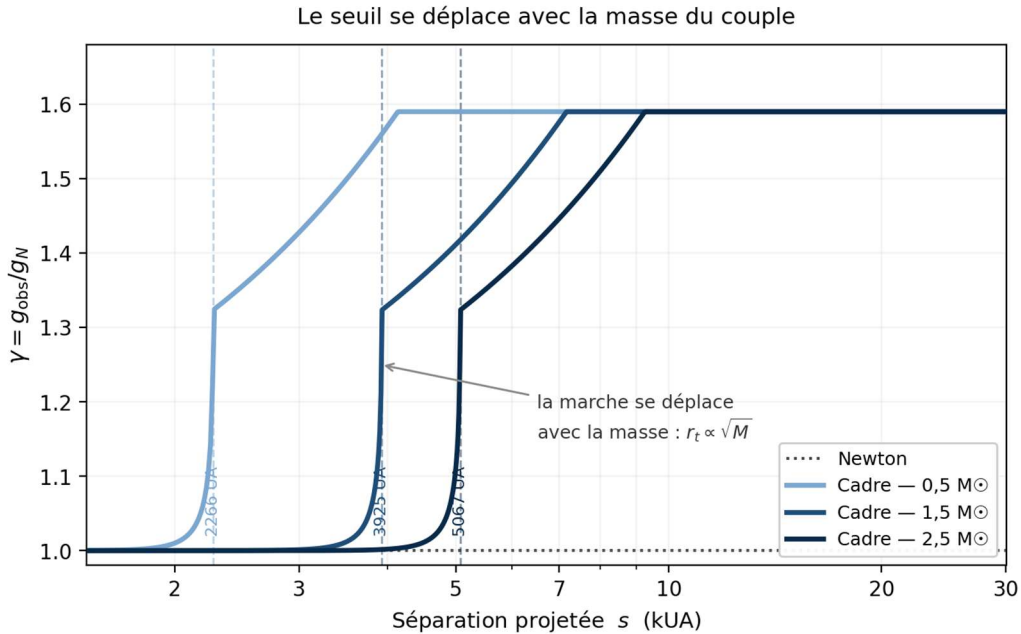


Figure 2. La marche se déplace avec la masse totale du couple ($r_t \propto \sqrt{M}$). Trier les binaires par masse et mesurer la position de leur transition constitue un test à part entière, indépendant de la hauteur du plateau.

(2) La raideur. Dans le plan physique, la dynamique reste newtonienne sous le seuil puis monte abruptement ; la projection sur les observables adoucit cette marche, mais la montée reste deux à trois fois plus raide que celle des interpolations usuelles. Entre 4 et 10 kUA projetés, le rapport passe de 1,21 à 1,59, contre 1,15 à 1,31 pour la théorie MOND — un écart atteignant 0,28, dans le sens où le cadre est plus haut.

(3) Le plateau. Le cadre atteint son plateau, $\gamma \approx 1,56\text{--}1,63$, dès environ 7 kUA, tandis que MOND continue de croître au-delà de 20 kUA sans l'atteindre. La hauteur de ce plateau ne vient pas du cadre mais d'une entrée mesurable et locale : la valeur de la pente baryonique g_{bar} à l'emplacement du couple. Le cadre prédit donc que le plateau n'est pas universel — il s'élève là où le champ baryonique de fond est plus faible. Sur l'échantillon actuel, cette entrée est quasi uniforme et le plateau constant ; sa variation avec l'environnement local est une prédiction testable, distincte de la hauteur elle-même.

Hypothèses du lissage. Les valeurs projetées ci-dessus résultent d'un tirage de 6×10^5 systèmes à demi-grands axes log-uniformes, excentricités thermiques et phases orbitales échantillonnées, sous visée isotrope. Il s'agit d'un lissage au premier ordre : il n'inclut ni coupures de sélection, ni bruit de mesure, ni intégration d'orbite sous la force modifiée. Une confrontation complète aux données passerait par une inférence statistique du type de celles employées par les analyses récentes ; elle constitue l'étape suivante et n'est pas entreprise ici.

Le tableau réunit les valeurs projetées de la Figure 1.

s p (kUA)	1–1,5	2–2,5	2,5–3	3–3,5	3,5–4	4–5	5–7	7–10	15–25
Cadre (TIC)	1,03	1,09	1,19	1,29	1,39	1,46	1,54	1,59	1,60
MOND + EFE	1,05	1,10	1,13	1,15	1,18	1,21	1,26	1,31	1,37
Newton	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tableau 1. $\gamma = g_{\text{obs}}/g_N$ moyenné dans le plan des observables, pour $M_{\text{tot}} = 1,5 M_\odot$, en fonction de la séparation projetée s_p . Champ baryonique local g_{bar} compris entre 1,5 et 1,9 (en 10^{-10} m/s^2).

Le cadre prédit en outre une bosse fine du rapport juste au-dessus du seuil. La même chaîne qui fixe la pente sous le seuil gouverne le régime au-dessus : seule change la fraction de présence, qui passe de 1/16 (équipartition, sous le seuil) à $f(x) = 1 - \frac{1}{2} \cdot e^{-(2\pi\sqrt{x-1})}$ (évanescence, au-dessus), continue au seuil où elle vaut 1/2. Le rapport s'écrit ainsi, de part et d'autre, sous une forme unique : $g_{\text{obs}}/g_N = 1 + (4/3) \cdot \sqrt{(f(1-f))/x}$. Au seuil, la présence traverse sa valeur d'interférence maximale $f = 1/2$, et le rapport γ culmine à $\gamma = 1 + 2/3 = 1,667$ exactement, sans paramètre ; il redescend

ensuite vers le plateau ($\gamma \approx 1,43$ à $x \approx 1,05$). En séparation, ce pic tombe au voisinage du seuil r_t — pour $1,5 M_\odot$, un épaulement observable autour de 3 à 4,5 kUA — qui exige un échantillon résolvant finement la zone du seuil.

4. Testabilité

Immédiate (Gaia DR3). Le discriminant se situe entre 4 et 10 kUA projetés, où l'écart entre le cadre et la théorie MOND atteint 0,23 à 0,28 en rapport dynamique, soit une différence de vitesse relative de 9 à 11 %. Compte tenu d'une dispersion par paire d'environ 35 % (projection et excentricité), de l'ordre de 150 à 300 paires suffisent à séparer les deux modèles à 3–5 σ dans cette zone. On entend ici par paire propre un système passant les coupures usuelles des tests de gravité — parallaxe relative meilleure que 20 %, vitesse relative projetée compatible avec un état lié, rejet des compagnons résolus et des alignements fortuits ; l'effectif requis est comparable à celui des échantillons profonds de Gaia DR3 actuels. Sous environ 3 kUA, en revanche, la projection rend les deux modèles indiscernables : cette zone ne discrimine pas.

À venir (Gaia DR4). La hauteur du plateau se mesure nettement avec quelques centaines de paires au-delà de 10 kUA ; la bosse fine exige un échantillon résolu en masse.

Limite du système solaire. Aux petites séparations, la pente newtonienne x devient très grande et le facteur d'extinction $e^{(-2\pi\sqrt{x-1})}$ supprime toute déviation. Au voisinage du Soleil, x est de l'ordre de 10^5 à 10 UA et croît encore vers l'intérieur : l'extinction y est inférieure à 10^{-80} , de sorte que la dynamique reste newtonienne à une précision très au-delà de toute contrainte d'éphémérides, y compris celles de Cassini. Le régime modifié est strictement confiné aux très basses accélérations.

5. Portée

Nous fournissons des courbes discriminantes et les zones de décision correspondantes ; nous n'arbitrons pas la controverse observationnelle en cours sur l'existence de l'anomalie. Ce que le cadre apporte est une forme de transition — seuil abrupt, marche, plateau — spécifique et falsifiable, distincte à la fois de la gravité newtonienne et des interpolations de type MOND. En particulier, le plateau prédit ici, $\gamma \approx 1,56$ – $1,63$, se situe au-dessus de la valeur asymptotique d'AQUAL avec effet de champ externe ($\gamma \approx 1,35$ – $1,40$) et des estimations empiriques récentes ($\gamma \approx 1,4$ – $1,5$) : cet écart de hauteur est en soi un discriminant. Nous notons enfin que l'accélération newtonienne au seuil, $6\pi G\sigma/c^2 \approx 5,8 \cdot 10^{-10}$ m/s², s'écrit aussi $\sqrt{(3\pi G\rho_\Lambda)}$: elle coïncide avec l'échelle où les analyses situent le début de l'anomalie ($\approx 5 \cdot 10^{-10}$ m/s²) et appartient à la famille des constructions reliant l'échelle d'accélération de la transition au vide cosmologique, et la contribution propre du cadre n'est pas cette échelle — commune à ces constructions — mais la forme de la transition : sa position à $0,456 \cdot r_{\text{MOND}}$, son caractère abrupt, et un plateau dont la hauteur est indexée sur la pente baryonique locale.

Nous notons en outre que cette accélération au seuil ne doit pas être confondue avec l'accélération du front, $12\pi G\sigma/c^2 \approx 1,2 \cdot 10^{-9}$ m/s², qui en est le double : la première est la valeur newtonienne au rayon de croisement $r_t(GM/(2A) = 6\pi G\sigma/c^2 \approx 5,8 \cdot 10^{-10}$ m/s²), où la dynamique dévie ; la seconde est une grandeur dérivée distincte du cadre et n'entre pas dans la comparaison avec le seuil observé.

Nous restons délibérément dans le contexte des binaires larges de Gaia : c'est le régime de faible accélération où existent des données d'une précision suffisante pour rendre les prédictions du cadre falsifiables. Étendre la construction à d'autres échelles serait aisé formellement, mais déplacerait le propos hors du domaine où il peut être réfuté ; nous préférons énoncer d'abord des signatures là où elles peuvent être confrontées.

Enfin, la fonction de transition établie ici n'est pas propre aux binaires : la même construction, appliquée à d'autres échelles où une source de tension rencontre le fond, s'étend au régime de faible accélération en général. Les conséquences de cette extension feront l'objet d'un travail séparé.

Références

- [1] P. Ehrenfest, « In what way does it become manifest in the fundamental laws of physics that space has three dimensions? », Proceedings of the Amsterdam Academy 20, 200–209 (1917).
- [2] F. R. Tangherlini, « Schwarzschild Field in n Dimensions and the Dimensionality of Space Problem », Nuovo Cimento 27, 636–651 (1963).

- [3] K.-H. Chae, « Breakdown of the Newton–Einstein Standard Gravity at Low Acceleration in Internal Dynamics of Wide Binary Stars », *Astrophys. J.* 952, 128 (2023). arXiv:2305.04613.
- [4] X. Hernandez, « Internal kinematics of Gaia DR3 wide binaries: anomalous behaviour in the low acceleration regime », *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 525, 1401 (2023). arXiv:2304.07322.
- [5] X. Hernandez, V. Verteletskyi, L. Nasser, A. Aguayo-Ortiz, « Statistical analysis of the gravitational anomaly in Gaia wide binaries », *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 528, 4720 (2024).
- [6] I. Banik, C. Pittordis, W. Sutherland, B. Famaey, R. Ibata, S. Mieske, H. Zhao, « Strong constraints on the gravitational law from Gaia DR3 wide binaries », *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 527, 4573 (2024). arXiv:2311.03436.
- [7] X. Hernandez, K.-H. Chae, A. Aguayo-Ortiz, « A critical review of recent Gaia wide binary gravity tests », *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 533, 729 (2024). arXiv:2312.03162.
- [8] X. Hernandez, P. Kroupa, « A recent confirmation of the wide binary gravitational anomaly », *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 537, 2925 (2025).
- [9] K.-H. Chae, « Low-acceleration Gravitational Anomaly from Bayesian 3D Modeling of Wide Binary Orbits », *Astrophys. J.* 985, 210 (2025). arXiv:2502.09373.
- [10] S. A. Cookson, I. Banik, K. El-Badry, W. Sutherland, Z. Penoyre, C. Pittordis, C. J. Clarke, « A quality framework for testing gravity with wide binaries: no evidence for MOND », *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 547, stag342 (2026).
- [11] M. Milgrom, « A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis », *Astrophys. J.* 270, 365 (1983).
- [12] J. Bland-Hawthorn, O. Gerhard, « The Galaxy in Context: Structural, Kinematic, and Integrated Properties », *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 54, 529 (2016).